**ЗАДАНИЯ**

**для Всероссийской заочной олимпиады по математике.**

**Задание 1.** (2 балла) Решите неравенство:

.

**Задание 2.** (2 балла) Три числа составляют геометрическую прогрессию. Если второй член увеличить на 8, то данная прогрессия обратится в арифметическую, но если затем третий член полученной прогрессии будет увеличен на 64, то она опять обратится в геометрическую. Найдите эти числа.

**Задание 3.** (2 балла)В трапеции *ABCD* с основаниями *AD* = 16 и *BC* = 10 окружности, построенные на сторонах *AB, BC* и *CD* как на диаметрах, пересекаются в одной точке. Длина диагонали *AC* равна 10. Найдите длину *BD.*

**Задание 4.** (2 балла) Составить уравнение прямой, проходящей через точку *М(3;2)* так, чтобы отрезок, заключенный между осями координат, делился в этой точке пополам.

**Задание 5.** (3 балла) Самолет преодолевает с одной и той же постоянной скоростью расстояние от города *A* до города *B* за 2 ч 48 мин, расстояние от города *B* до города *C* за 1 ч 24 мин, расстояние от города *С* до города *D* за 5 ч 30 мин, а расстояние от *D* до *А*, равное 975 км, за 1 ч 18 мин. Выяснить, какое расстояние самолёт преодолевает быстрее (с одной и той же постоянной скоростью): от *А* до *С* или от *В* до *D*?

**Задание 6.** (3 балла) Сидоров, Иванов и Петров работают в одной поездной бригаде машинистом, помощником машиниста и проводником. Профессии их названы не обязательно в том же порядке, что и фамилии. В поезде, который обслуживает бригада, едут трое пассажиров с теми же фамилиями. Пассажир Петров живет в Санкт-Петербурге. Помощник машиниста живет в Москве. Пассажир Иванов давно позабыл всю алгебру, которой его учили в колледже. Пассажир – однофамилец помощника машиниста живет в Омске. Проводник и один из пассажиров, известный специалист по технической механике, ходят в один спортзал. Сидоров всегда выигрывает у проводника, когда им случается встретиться за партией в шахматы. Как фамилия машиниста?

**Задание 7.** (3 балла) *ABCD* – пирамида с правильным треугольником *ABC* в основании. Сфера радиуса 10 с центром в точке *D* проходит через середины сторон *AD*, *BD*, и *CD* и касается грани *ABC*. Найдите объём пирамиды.

**Задание 8.** (3 балла) На координатной плоскости *(x;y)* изобразите множество всех точек, для которых .

**Задание 9.** (4 балла) Найдите все значения параметра , при которых уравнение имеет ровно два корня.

**Задание 10**. (4 балла) У торговца драгоценностями есть 61 гиря весом 1 г, 2г, …, 61 г. Он выставил их ряд так, чтобы вес каждой, начиная со второй, является делителем суммы весов всех предыдущих гирь. Первая гиря весит 61 г, вторая – 1 г. Найдите вес третьей гири.

**Задание 11.** (4 балла) Найти точку, симметричную с началом координат относительно плоскости *6х+2y-9z+121=0*.

**Задание 12.** (5 баллов) Найти все решения уравнения:

**Задание 13.** (5 баллов) У Коли есть 2024 карточки, на которых написаны натуральные числа от 1 до 2024 (на каждой карточке написано ровно одно число, притом числа не повторяются). Коля выбирает две карточки так, чтобы сумма написанных на них чисел делилась на 100. Сколькими способами он может это сделать?

**Задание 14.** (7 баллов) Какая наименьшая площадь может быть у треугольника *ОАВ*, если *О* – начало координат, координаты вершин А и В удовлетворяют уравнению , а прямая АВ проходит через точку *М(-1;0)*?